ENFLASYON KOŞULLARINDA OPTİMAL PORTFÖY SEÇİMİ

Fehmi DİNÇER

Ülkemizde sermaye piyasasının gelişimine koşut olarak portföy yönetimi gerek yatırımcılar ve gerekse mali aracı kurumlar açısından büyük önem kazanmıştır.Uygulanan iktisadi politikaların bir sonucu olarak enflasyon beklentilerinin belirsizleşmesi portföy seçiminin önemini daha da artırmaktadır.Bu yazıda belirsiz enflasyon koşullarında sıralama araçlarından (ranking devices) faydalanılarak optimal portföy yapısını belirlemek için geliştirilmiş bir model anlatılmaya çalışalacaktır.

ENFLASYON KOŞULLARINDA OPTİMAL PORTFÖY AĞIRLIKLARI

Bilindiği gibi farklı menkul kıymetlerin getirileri, enflasyondan farklı şekilde etkilenirler.Başka bir deyişle, bir kısım menkul kıymetlerin getirisi, yüksek enflasyon dönemlerinde daha az değişkenlik gösterdiğinden diğer menkul kıymetlerden daha güvenilir olmaktadır.Örneğin, genel bir kural olarak hisse senedi getirisi ile enflasyon arasında negatif bir ilişki olduğu söylenebilir.

Yatırımcının amacı, enflasyon koşullarında gerçek getirinin riske oranını maksimize edecek optimal portföy ağırlıklarını (w_i) elde etmektir.Bunu aşağıdaki formülle şöyle özetleyebiliriz:

$$\mathbf{R}_{\max} = \frac{\overline{R}_p - R_f}{\sigma_p} = \sum_{T=1}^{N} \frac{w_i \overline{R}_i - R_f}{\sigma_p} \qquad (1)$$

Burada,

$\overline{R}_p$ = portföyün beklenen getirisi,

R_f =risksiz getiri oranı,

$\overline{R}_i$ = i.menkul kıymetin beklenen getirisi,

σ_p = portföy getirisinin standart sapması.

Bir menkul kıymetin gerçek getirisinin genelleştirilmiş iki değişkenli getiri modelini aşağıdaki gibi varsayalım:

$$R_{it} = \beta_{0i} + \beta_1 R_{mt} + \beta_{2i} \Delta P_t + \varepsilon_{it} \qquad (2)$$

Burada,

R_{mt} = t döneminde pazar indeksinin getiri oranı,
ΔP_t = t döneminde enflasyon oranı,
β_{i1} = pazar getirisindeki değişkenliklerin finansal varlığın getirisine duyarlılığının ölçüsü,
β_{i2} =enflasyon oranındaki değişikliklerin finansal varlığın getirisine duyarlılığının ölçüsü,

Modelimizde öncelikle "açıktan satış (short sales) " yapılmadığı varsayılmıştır.Daha sonra bu varsayım kaldırılarak model geliştirilecektir.

Şimdi yukarıdaki **(1)** ve **(2)** eşitliğini kullanarak N adet menkul kıymetten oluşan bir portföyün enflasyon koşullarında optimal portföy ağırlıklarını (w_i^o) belirleyebiliriz:

$$w_i^o = \frac{\Omega_i}{\sum_{j=1}^{k}\Omega_j} \qquad i = 1,2,3,\ldots\ldots\ldots\ldots,k\ (\leq N) \tag{3}$$

$$\Omega = \frac{1}{\sigma_{ei}^2}[(\overline{R}_i - R_f) - \phi_i] \tag{4}$$

$$\Phi_i = \frac{'\theta - \pi\lambda}{1-\delta}(\beta_{1i}\sigma_m^2 + \beta_{2i}\sigma_{m,\Delta P}) + \pi(\beta_{2i}\sigma_{\Delta P}^2 + \beta_{1i}\sigma_{m,\Delta P}) \tag{5}$$

$$\theta = \sum_{i=1}^{k} \left(\frac{\overline{R_i} - R_f}{\sigma_{ei}^2}\right)\beta_{1i} \tag{6}$$

$$\lambda = \sum_{i=1}^{k}\frac{\beta_{1i}^2\sigma_{m,\Delta P} + \beta_{1i}\beta_{2i}\sigma_{\Delta P}^2}{\sigma_{ei}^2} \tag{7}$$

$$\boldsymbol{\varphi} = \sum_{i=1}^{k} \frac{\beta_{1i}^2 \sigma_m^2 + \beta_{1i}\beta_{2i}\sigma_{m,\Delta P}}{\sigma_{ei}^2} \tag{8}$$

$$\boldsymbol{\delta} = \sum_{i=1}^{k} \left(\frac{\overline{R_i} - R_f}{\sigma_{ei}^2}\right) \beta_{2i} \tag{9}$$

$$\boldsymbol{\alpha} = \sum_{i=1}^{k} \frac{\beta_{2i}^2 \sigma_{m,\Delta P} + \beta_{1i}\beta_{2i}\sigma_m^2}{\sigma_{ei}^2} \tag{10}$$

$$\boldsymbol{\eta} = \sum_{i=1}^{k} \frac{\beta_{2i} \sigma_{\Delta P}^2 + \beta_{1i}\beta_{2i}\sigma_{m,\Delta P}}{\sigma_{ei}^2} \tag{11}$$

$$\boldsymbol{\Pi} = \frac{\delta - \dfrac{\theta\alpha}{1+\varphi}}{1 + \eta - \dfrac{\lambda\alpha}{1+\varphi}} \tag{12}$$

$\boldsymbol{\sigma}_m^2$ = pazar getirisinin varyansı,

$\boldsymbol{\sigma}_{\Delta P}^2$ = enflasyon oranının varyansı,

$\boldsymbol{\sigma}_{m,\Delta P}^2$ = enflasyon oranı ve pazar getiri oranı arasındaki kovaryans,

σ^2_{ei} = i.menkul kıymetin getirisinin varyansı.

Optimal portföydeki (k) menkul kıymetlerin sayısı, optimal portföy seçiminde kullanılan menkul kıymetlerin sayısına (N) eşit yada daha azdır (k ≤).”Açıktan Satış”a izin verilmediği varsayıldığından dolayı negatif ağırlıklı menkul kıymetler modele alınmamıştır.

ÖRNEK UYGULAMA:

Şimdi yukarıdaki modelimizi hipotetik bir örnek üzerinde aşamalı bir şekilde anlatmaya çalışalım.Örneğimizde altı adet menkul kıymet bulunmaktadır.Bu menkul kıymetlerle ilgili istatiksel veriler aşağıda TABLO-1 ‘de özetlenmiştir.

TABLO-1
OPTİMAL PORTFÖYÜ BELİRLEMEK İÇİN GEREKLİ VERİLER

Menkul Kıymet Sayısı(1)	(2) $\overline{R}_i$	(3) β_{1i}	(4) β_{2i}	(5) σ^2_{ei}
1	0.14	1.8	-1.4	0.40
2	0.11	1.6	-1.2	0.35
3	0.09	1.3	-1.1	0.25
4	0.08	0.8	0.3	0.15
5	0.07	0.6	1.1	0.10
6	0.07	0.3	1.1	0.12

R_f = 0.06 σ^2_m = 0.062 $\sigma^2_{\Delta P}$ = 0.085 $\sigma_{m,\Delta P}$ = -0.03

“Açıktan satış “ olmaksızın optimal ağırlıkları elde etmek için ilk olarak “açıktan satış” sınırlandırılmamış gibi (k=N) (3) eşitliğini çözmemiz gerekir.Bu durumda bu altı menkul kıymet başlangıç (preliminary) ağırlıklarına (ω_i yada Ω_i) gore sınırlandırılacaktır.Bu başlangıç sıralamasından sonra (3) eşitliği önce birinci menkul kıymeti (başlangıç ağırlıklarına göre sıralamada) , sonra birinci ve ikinci menkul kıymetleri içerecek şekilde örneğimizdeki altı menkul kıymet için negative değerli (ağırlıklı) bir Ω menkul kıymeti buluncaya kadar süreç devam edecek şekilde çözülecektir.Negatif değerli Ω bulunduğu anda optimal portföy geçmiş iterasyonlardaki pozitif değerli Ω ' ları içeren menkul kıymetlerden oluşur.

Şimdi bu süreci ayrıntılı bir şekilde anlatmaya çalışalım.

I.AŞAMA : Ortak Parametrelerin Hesaplanması

Bu aşamada Tablo:1'de özetlenen veriler kullanılarak altı menkul kıymetin ortak parametreleri olan θ, λ ,φ , δ, α, η ve π sırasıyla hesaplanır.

Örneğimizde bu işlemleri yaparsak aşğıdaki sonuçları buluruz.

θ = 0.9363	α = -1.5751
λ = -1.3790	η = 3.6828
φ = -2.0699	π = 0.0399
δ = -0.3218	

Yukarıdaki bu parametrelerin ayrıntılı hesaplaması Tablo-2'de verilmiştir.

TABLO-2

OPTİMUM PORTFÖYÜN BELİRLENMESİNDE YAPILAN HESAPLAMALARIN ÖZETİ

Menkul Kıymet Sayısı	(6) $\frac{\overline{R}_i - R_f}{\sigma_{ei}^2}$	(7) (6)*(3) $[(\frac{\overline{R}_i - R_f}{\sigma_{ei}^2})]$	(8) (6)*(4) $[(\frac{\overline{R}_i - R_f}{\sigma_{ei}^2})]\beta_{2i}$	(9) $\beta_{1i}\beta_{2i}\sigma_{\Delta P}^2$	(10) $\beta_{1i}^2\sigma_{m\Delta P}$	(11) (9)+(10)/(5)	(12) $\beta_{1i}^2\sigma_m^2$	(13) $\beta_{1i}\beta_{2i}\sigma_{m\Delta P}$
1	**0.2000**	**0.3600**	**-0.2800**	**-0.2142**	**-0.0972**	**0.7785**	**0.2009**	**0.0756**
2	**0.1428**	**0.2286**	**-0.1714**	**-0.1632**	**-0.0768**	**-0.6857**	**0.1587**	**0.0576**
3	**0.1200**	**0.1560**	**-0.1320**	**-0.1215**	**-0.0507**	**0.6890**	**0.1048**	**0.0429**
4	**0.1333**	**0.1067**	**0.0400**	**0.0204**	**-0.0192**	**0.0080**	**0.0397**	**0.0072**
5	**0.1000**	**0.0600**	**0.1300**	**0.0663**	**-0.0108**	**0.5550**	**0.0223**	**-0.0234**
6	**0.0833**	**0.0250**	**0.0916**	**0.0281**	**-0.0027**	**0.2112**	**0.0056**	**-0.0099**

θ = 0.9363 **λ = 1.3790**

Menkul Kıymet Sayısı	(14) $\frac{(12)+(13}{(5)}$	(15) $\beta_{1i}\beta_{2i}\sigma_m^2$	(16) $\beta_{2i}^2\sigma_{m\Delta P}$	(17) $\frac{(15)+(16)}{(5)}$	(18) $\beta_{2i}^2\sigma_{\Delta P}^2$	(19) $\frac{(13)+(18)}{(5)}$	(20) $\beta_{1i}\sigma_m^2+\beta_{2i}\sigma_{m\Delta P}$	(21) $\beta_{1i}\sigma_m^2+\beta_{2i}\sigma_{m\Delta}$
1	**0.6912**	**-0.15624**	**-0.0588**	**-0.5376**	**0.16660**	**0.6055**	**0.1536** (H_1)	**-0.1730** (I_1)
2	**0.6180**	**-0.11904**	**-0.0432**	**-0.1635**	**-0.12240**	**0.5142**	**0.1352** (H_2)	**-0.1500** (I_2)
3	**0.5908**	**-0.08866**	**-0.0363**	**-0.4998**	**0.10285**	**0.5830**	**0.1136** (H_3)	**-0.1325** (I_3)
4	**0.2167**	**0.01488**	**-0.0027**	**0.0812**	**0.00765**	**0.0030**	**0.0406** (H_4)	**0.0015** (I_4)
5	**-0.0110**	**0.04836**	**-0.0507**	**-0.0234**	**0.14368**	**1.2025**	**-0.0018** (H_5)	**-0.0925** (I_5)
6	**-0.0358**	**0.02046**	**-0.0363**	**-0.1320**	**0.10285**	**0.7746**	**-0.0144** (H_6)	**0.0845** (I_6)

φ =2.0699 **η = 3.6828**

<u>II.AŞAMA</u>: Ω_i' ler için Başlangıç Değerlerinin Hesaplanması:

Bu aşamada ise Ω_i' ler için başlangıç değerleri hesaplanır.Öncelikle hangi menkul kıymetlerin optimal portföyde yer alacağını belirlemek için bizim Ω_i ' nin başlangıç değerlerine ve bu nedenlede ϕ_i değerlerine ((5) eşitliği) ihtiyacımız vardır.Önce her bir menkul kıymet için ϕ_i değerleri hesaplanır.Daha sonra bu değerler (ϕ_i ' ler), Ω_i ' de yerine konursa Ω_i' lerin başlangıç değerleri hesaplanmış olur.Örneğimizin sonuçları Tablo:3'de özetlenmiştir.

TABLO-3
BAŞLANGIÇ Ω_i DEĞERLERİ VE SIRALAMA

Menkul Kıymet	Açıktan Satış Durumunda Ω_i Değerleri	Sıralama
1	0.0933	2
2	0.0351	5
3	-0.0056	6
4	0.0453	4
5	0.0690	3
6	0.0942	1

"Açıktan satış"a izin verildiği varsayımı altında portföy ağırlıkları aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$w_i^o = \frac{\Omega_i}{\sum_{i=1}^{N} |\Omega_i|}$$

Eğer "açıktan satış"a izin verilmezse ek aşamalar gereklidir.

<u>III.AŞAMA</u> : Pozitif ağırlıklı Menkul Kıymetlerin Seçimi

Bu aşamada pozitif ağırlıklı (pozitif Ω_i ' ler) menkul kıymetleri bulmak için eşitlik (4)' ü tekrar çözmemiz ve açıktan satışları (negatif Ω_i' ler) dışarıda bırakmamız gerekecektir.TABLO:3' de Ω_i değerlerinde altıncı menkul kıymet optimal portföyde birinci olarak yeralacaktır.Altıncı menkul kıymet için Ω ' nin işaretini kontrol etmek için daha önceki π formülünü çözmemiz gerekir.

$$\Pi_6 = \frac{\delta_6 - \frac{\theta_6 \alpha_6}{1+\varphi_6}}{1+\eta_6 - \frac{\lambda_6 \alpha_6}{1+\varphi_6}}$$

$$\Pi_6 = \frac{0.0916 - \frac{(0.0250)(-0:1320)}{1+(-0.0358)}}{1+0.7746 - \frac{(0.2112)(-0.1320)}{1+(-0.0358)}} = 0.0527$$

Yukarıdaki parametrelerin değerleri sadece altıncı menkul kıymet içindir.Bu parametre değerlerini Tablo:2' den kolayca bulabiliriz:

$$\phi_6 = \frac{\theta_6 - \pi_6 \lambda_6}{1+\rho_6}[H_6] + \pi_6 [I_6]$$

$$\phi_6 = \frac{(0.0250) - (0.0527)(0.2112)}{1+(-0.0358)}(-0.0144) + (0.0527)(0.0845) = 0.0042$$

Burada hesaplamaları kolaylaştırmak amacıyla,

$$H_i = \beta_{1i}\sigma_m^2 + \beta_{2i}\sigma_{m,\Delta P}$$

$$I_i = \beta_{2i}\sigma_p^2 + \beta_{1i}\sigma_{m,\Delta P}$$

olarak alınmıştır.

$$\Omega_6 = \frac{1}{\sigma_{e,6}^2}[(\overline{R_6} - R_f) - \Phi - \phi_{(6)}]$$

$$= \frac{1}{0.12}[(0.07 - 0.06) - (0.0042) = 0.0483 > 0$$

Ω_6 > 0 olduğundan dolayı altıncı menkul kıymet optimal portföye dahildir.Bu süreç, negatif değerli Ω değeri ile karşılaşıncaya kadar diğer bütün menkul kıymetler için kontrol edilerek devam edecektir.Örneğimizde üçüncü menkul kıymet hariç, bütün menkul kıymetler testi geçmektedir.Çünkü üçüncü menkul kıymetin Ω değeri ($\Omega_3 = -0.0056 < 0$) negatiftir.

<u>IV. AŞAMA</u>: Optimal Ağırlıkların Hesaplanması

Bu aşamada 6,1,5,4 ve 2. menkul kıymetler için üçüncü aşamada hesaplanan parametrelerin sonuç seti kullanılarak Ω_i**'** lerin yeni (son) değerlerini ve optimal ağırlıklarını (w_i^0) hesaplayabiliriz. 6,1,5,4 ve 2.' Nin sonuç seti aşağıdaki gibidir.

θ = 0.7803	α = -1.0753
λ = -0.6900	η = -1.6753
φ = 1.4791	π = -0.0391
δ = -0.1898	

Ancak ϕ_i , Ω_i' deki bir terim olduğundan öncelikle ϕ_i 'yi hesaplamak gerekecektir.

$$\phi_i = \frac{\theta - \pi\lambda}{1+\varphi}(\mathrm{H}_i) + \pi(I_i)$$

$$= (0.3256)(\mathrm{H}_i) + (0.0391)(I_i)$$

ϕ_1 = 0.0432 ϕ_5 = 0.0030

ϕ_2 = 0.0382 ϕ_6 = -0.0014

ϕ_4 = 0.0133

Daha sonra Ω_i' leri hesaplarız:

Ω_1 = 0.0920 Ω_5 = 0.0700

Ω_2 = 0.0337 Ω_6 = 0.0950

Ω_4 = 0.0133

Sonuç olarak optimal ağırlıkları hesaplarsak;

$$w_i^o = \frac{\Omega_1}{\sum_{\substack{j=1 \\ j\neq 3}}^{6} \Omega_j} = \frac{0.0920}{0.3354} = 0.2743$$

w_2^o = 0.1005 w_5^o = 0.2087

w_4^o = 0.1333 w_6^o = 0.2832

SONUÇ:

Portföy seçiminde, fiyatlar veri olarak alındığında yatırımcıların oluşturacakları portföylere hangi menkul kıymetleri, hangi ağırlıklarda alarak, getiriyi maksimize ve riski minimize eden optimal portföyü belirleme önemli bir sorun olarak karşımıza çıkmaktadır.Diğer taraftan farklı menkul kıymetlerin, enflasyondan farklı şekillerde etkilenmesi dolayısıyla bu durum portföy yöneticisi açısından önem taşımaktadır.Bu nedenle, optimal portföy yapısı belirlenmeye çalışılırken enflasyon gözden uzak tutulmamalı ve yapılan hesaplamalarda dikkate alınmalıdır.Özellikle enflasyonun yüksek olduğu koşullarda bu durum daha belirgin bir şekilde ortaya çıkmaktadır.

Fehmi DİNÇER
Ankara 1987